Examen de Mathématiques et statistiques appliquées aux sciences sociales

L2 AES

29 avril 2019

Enseignant : Simon ROBY

Le sujet est composé de plusieurs exercices largement indépendants.

Les questions de cours sont des définitions, propriétés ou applications directes vues en cours.

L'exercice 1 construit un intervalle de confince grâce au théorème central limite.

L'exercice 2 propose deux estimations de la moyenne de la durée de vie des ampoules dans une production.

L'exercice 3 nous donnera l'indépendance ou la dépendance du groupe sanguin par rapport au Rhésus.

Une attention particulière à la rédaction et au soin sera valorisée par le correcteur. **Tout résultat illisible ne sera pas corrigé.**

Le sujet est noté sur 30 points. Le correcteur se donnera le choix, en fonction de la réussite ou non de l'examen, à ramener les notes sur 20 ou à laisser le barème tel qu'il est. Un changement affine des notes peut être envisagé.

Remarques :

- Les questions de cours étaient toutes des copiés-collés du cours ou des applications directes largement vues en TD.
- Les 2 premières questions de l'exercice 1 étaient dans le cours. La dernière était très similaire à l'exemple II.2 p. 19
- L'exercice 2 a été fait de manière similaire en TD et aussi dans l'exemple III.5 p. 25
- La partie A du dernier exercice a été presque "copiée" de l'exercice sur les oeufs vu en TD. La partie B était plus difficile.

Questions de cours [7 points]

Les définitions et propositions doivent être énoncées avec rigueur.

1. Soient $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi $\mathcal{N}(0,1)$. Quelle est la loi de $X = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$? [0,5 point]

Solution: La variable aléatoire X suit une loi du Khi-deux à n degrés de libertés. On le note $X \sim \chi^2(n)$.

2. Si $X \sim \mathcal{N}(5,9)$, comment se ramener à une loi normale centrée réduite ? [0,5 point]

Solution: La variable aléatoire $\frac{X-5}{3}$ suit une loi normale centrée réduite.

3. Soit X une variable aléatoire qui admet F pour fonction de répartition. Donner la valeur de $\mathbb{P}(a < X < b)$ en fonction de $F(a)$ et $F(b)$. Démontrer ce résultat. [1 point]

Solution: La formule est

$$\mathbb{P}(a < X < b) = F(b) - F(a)$$

.

Démonstration. On a :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(a < X < b) &= \mathbb{P}\Big(\big(\{X > b\} \cup \{X < a\}\big)^C\Big) \\
&= 1 - \mathbb{P}\big(\{X > b\} \cup \{X < a\}\big) \\
&= 1 - \Big(\mathbb{P}\big(\{X > b\}\big) + \mathbb{P}\big(\{X < a\}\big)\Big) \\
&\text{puisque les deux évènements ont une intersection vide} \\
&= 1 - \Big(1 - \mathbb{P}\big(\{X < b\}\big) + \mathbb{P}\big(\{X < a\}\big)\Big) \\
&= 1 - \big(1 - F(b) + F(a)\big) \\
&= F(b) - F(a)
\end{aligned}$$

■

4. Qu'appelle-t-on le risque de première espèce ? [0,5 point]

Solution: Le risque de première espèce (ou risque d'erreur de type I) est le risque que H_0 soit vraie alors qu'on l'a rejeté.

5. Quand un estimateur est dit "non biaisé" ? [0,5 point]

Solution: On dit qu'un estimateur $\hat{\theta}$ est non-biaisé si son espérance est égale à θ :

$$\mathbb{E}(\hat{\theta}) = \theta$$

6. Définir le niveau d'un test. [0,5 point]

Solution: Le niveau d'un test, noté α, est la probabilité du risque d'erreur de type I. Si on veut donner une réalisation concrète, c'est la probabilité d'être dans la région critique W sachant que H_0 est vrai :

$$\alpha = P(W|H_0)$$

7. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne 0.8 et de variance 4. Calculer (faire un ajustement affine si nécessaire) :

7a. $\mathbb{P}(X > 1,78)$ [0,5 point]

Solution: On effectue le calcul en se ramenant à une loi normale centrée réduite :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X > 1,78) &= \mathbb{P}\left(\frac{X-0,8}{2} > 0,49\right) \\
&= 1 - \mathbb{P}\left(\frac{X-0,8}{2} < 0,49\right) \\
&= 1 - \Phi(0,49) \text{ , car } \frac{X-0,8}{2} \sim \mathcal{N}(0,1) \\
&= 1 - 0,6879 \text{ , grâce à la table de la loi normale centrée réduite} \\
&= 0,3121
\end{aligned}$$

7b. la valeur de c telle que $\mathbb{P}(X > c) = 0,877$ [1 point]

Solution: Comme pour la question précédente :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X > c) &= \mathbb{P}\left(\frac{X-0,8}{2} > \frac{c-0,8}{2}\right) \\
&= 1 - \mathbb{P}\left(\frac{X-0,8}{2} < \frac{c-0,8}{2}\right)
\end{aligned}$$

D'où :

$$\mathbb{P}(X > c) = 0,877 \Leftrightarrow \mathbb{P}\left(\frac{X-0,8}{2} < \frac{c-0,8}{2}\right) = 0,123$$

Donc

$$\frac{c-0,8}{2} = \Phi^{-1}(0,123)$$

Cependant la valeur 0,123 n'appartient pas au tableau. On utilise alors la formule :

$$\Phi^{-1}(1-\alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha) \ \ \forall \alpha \in [0,1]$$

On a finalement :

$$\frac{0,8-c}{2} = \Phi^{-1}(0,877) = 1,16$$

D'où

$$c = -1,52$$

8. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de Fischer de paramètres 7 et 9. Calculer :

8a. la valeur de d telle que $\mathbb{P}(X < d) = 0,95$ [1 point]

Solution: La table de loi 3 nous donne immédiatement le résultat :

$$d = 3,29$$

8b. la valeur de y telle que $\mathbb{P}(X < y) = 0,97$ (Indice : Ajustement affine) [1 point]

Solution: D'après les deux tables de loi de Fischer, on a :

$$\mathbb{P}(X < 4,20) = 0,975 \text{ et } \mathbb{P}(X < 3,29) = 0,95$$

On fait un ajustement affine pour trouver la valeur voulue. On calcule d'abord le coefficient directeur de la droite affine :

$$\frac{4,20-3,29}{0,975-0,95} = \frac{0,91}{0,025} = 36,4$$

Ensuite l'ordonnée à l'origine :

$$3,29 - 36,4 \times 0,95 = -31,29$$

Puis on trouve la valeur voulue en remplaceant dans l'équation de la droite affine trouvée :

$$y = 36,4 \times 0,97 - 31,29 = 4,018$$

Pour plus d'explication sur l'ajustement affine, voir le .pdf dans le dossier.

Exercice 1 : Intervalle de confiance et TLC [4 points]

La société Audimat, désirant évaluer la proportion p de téléspectateurs regardant une certaine émission de télévision, interroge n téléspectateurs par téléphone.

On note X la variable aléatoire qui, à tout individu, fait correspondre le nombre 1 s'il a regardé l'émission, et 0 sinon. On note $(X_1, ..., X_n)$, le n-échantillon de X ainsi obtenu ; X_i étant la réponse de l'individu numéroté i. Les X_i sont donc des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi de Bernoulli de paramètre p

Le but est d'estimer la proportion p, en donnant un intervalle de confiance au risque α, avec $\alpha \in]0;1[$ «petit».

On suppose que la société Audimat a interrogé $n = 200$ personnes. Sur ces 200 personnes, 40 ont répondu avoir regardé l'émission de télévision.

1. Enoncer le théorème de la limite centrée (TLC). [1 point]

> **Solution:** Soit (X_n) une suite de variables aléatoires réelles indépendantes et identiquement distribuées (iid) avec une espérance μ et une variance σ^2 finies. Alors la moyenne empirique vérifie :
>
> $$\sqrt{n}\left(\frac{\overline{X}_n - m}{\sigma}\right) \xrightarrow{\mathscr{L}} \mathscr{N}(0,1)$$

2. En sachant que p est la **moyenne** de chaque X_i, autrement dit $\mathbb{E}(X_i) = p$, quel estimateur peut-on utiliser pour estimer p ? [1 point]

> **Solution:** On utilise la moyenne empirique pour estimer une moyenne :
>
> $$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$
>
> PS : Je pense avoir répété cette phrase 5 fois pendant le cours...

3. On suppose que n est assez grand pour utiliser le TLC. Donner alors un intervalle de confiance de p d'ordre $\alpha = 1\%$. (Rappel : Ici les X_i suivent une loi de Bernoulli. Donc leur variance est $p(1-p)$. On peut donc remplacer σ par un estimateur bien trouvé de $\sqrt{p(1-p)}$... à partir de celui de p...) [2 points]

> **Solution:** D'après le théorème de la limite centrée, on a toutes les hypothèses pour affirmer que
>
> $$\sqrt{n}\left(\frac{\overline{X}_n - m}{\sigma}\right) \xrightarrow{\mathscr{L}} \mathscr{N}(0,1)$$
>
> On va utiliser ce théorème pour trouver l'intervalle de confiance. Pour estimer σ on utilise le "rappel" de la question. Comme $\sigma = \sqrt{p(1-p)}$, on l'estime avec : $\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}$. Ainsi,

d'après la table de loi de la loi normale centrée réduite, pour le seuil $\alpha = 1\%$, on a :

$$\mathbb{P}\left(-2,575 < \sqrt{n}\left(\frac{\overline{X}_n - m}{\sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}}\right) < 2,575\right) = 1-\alpha$$

D'où :

$$\mathbb{P}\left(\frac{-2,575 \times \sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}}{\sqrt{n}} + \overline{X}_n < m < \frac{2,575 \times \sqrt{\overline{X}_n(1-\overline{X}_n)}}{\sqrt{n}} + \overline{X}_n\right) = 1-\alpha$$

Après les calculs, en remplacant $\overline{X}_n$ par la valeur donnée par l'énoncé dans le sondage, soit $\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$ et en remplacant n par 200, on a l'intervalle de confiance suivant au seuil $\alpha = 1\%$:

$$[0.2 - 2.575\sqrt{0.2 \times 0.8/200}; 0.2 + 2.575\sqrt{0.2 \times 0.8)/200}] = [0.127; 0.273]$$

Exercice 2 : Lien Groupe sanguin / Rhésus ? [5 points]

On veut étudier la liaison entre les caractères : «Groupe sanguin» et «Rhésus», sur une population de 1000 personnes. On rappelle que les groupes sanguins sont A, B, AB, O et le Rhésus est soit positif soit négatif. Voici les résultats observés :

Rhésus \ Groupe	A	B	AB	O
+	378	66	38	369
-	62	12	8	67

1. Enoncer le nom et les hypothèses du test à réaliser [1 point]

Solution: Pour évaluer la liason entre deux caractères on utilise un test d'indépendance du Khi-Deux. On confronte les hypothèses :

$$H_0 : \text{Rhésus et Groupes sont indépendants}$$

contre

$$H_1 : \text{Rhésus et Groupes ne sont pas indépendants}$$

2. Faire le test pour établir la liaison entre ces caractères [3 points]

Solution: Refaisons d'abord le tableau en y ajoutant les totaux :

Rhésus \ Groupe	A	B	AB	O	Total
+	378	66	38	369	851
-	62	12	8	67	149
Total	440	78	46	436	1000

Posons X le caractère "Rhésus" et Y le caractère "Groupe". On mets en comparaison le tableau de contingence théorique, calculé, sous l'hypothèse H_0, grâce à la définition d'indépendance entre X et Y. Donc si X et Y son indépendants, on a le tableau suivant.

Rhésus \ Groupe	A	B	AB	O	Total
+	374,44	66,378	39,146	371,036	851
-	65,56	11,622	6,854	64,964	149
Total	440	78	46	436	1000

Par exemple, pour la première case en haut à gauche on calcule :

$$\frac{851 \times 440}{1000}$$

On peut ensuite calculer la réalisation de la statistique du test, qui est la somme des écarts quadratiques entre les deux tableaux :

$$K_n(x) = \frac{(378 - 374,4)^2}{374,4} + \frac{(66 - 66,378)^2}{66,378} + \cdots = 0,5425$$

3. Conclure (Quel est le risque de se tromper ?) [1 point]

Solution: Ce résultat doit être comparé avec la loi du Khi-deux à $(4-1)(2-1) = 3$ degré de liberté. La région critique du test du Khi-deux est donnée par $W = \{x | K_n(x) > F_3^{-1}(1-\alpha)\}$, où F_3 est la fonction de répartition de la loi du Khi-deux à 3 degrés de libertés.

Imaginons ici que l'on souhaite faire un test de niveau $\alpha = 5\%$. Sur la table du Khi-deux on peut trouver $F_3^{-1}(1-\alpha) = 7,8147$ ce qui est bien supérieur à la réalisation de la statistique de test. Ainsi, on peut accepter sans problème H_0 et donc on peut conclure que les groupes et Rhésus sont indépendants.

Exercice 3 : La durée de vie d'une ampoule [14 points]

Dans une entreprise qui fabrique des ampoules, on s'intéresse à la durée de vie des ampoules. On choisit au hasard 36 ampoules. On étudie leur durée de vie. Celle-ci peut être considérée comme la réalisation d'une variable aléatoire normale X, de moyenne m et de variance σ^2. On admet que les durées de vie des ampoules sont indépendantes les unes des autres. Les mesures sont données (par ordre croissant) en heures :

15034 / 15262 / 15379 / 15499 / 15582 / 15767 / 15141 / 15313 / 15389 / 15504 / 15591 / 15799 / 15151 / 15328 / 15463 / 15512 / 15595 / 15810 / 15207 / 15330 / 15476 / 15524 / 15705 / 15930 / 15222 / 15332 / 15478 / 15528 / 15718 / 16058 / 15238 / 15339 / 15493 / 15556 / 15731 / 16315

A Estimation par intervalle de confiance [4.5 points]

A1. Calculer la réalisation de la moyenne empirique et la variance empirique de cette série statistique [1 point]

Solution: Les formules de la moyenne et de la variance sont données dans le cours :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2$$

Et on trouve : $m = 15508,31$ et $\sigma^2 = 71991,13$

Remarque : J'ai cru, à tort, que tout le monde avait une calculatrice scientifique et pouvait faire ces calculs facilement. J'en ai tenu compte dans la correction en comptant les applications numériques comme du bonus pour le reste de l'exercice. Mais j'insiste sur le fait que l'on a pas besoin de ces valeurs pour la suite de l'exercice. On peut continuer sans faire les applications numériques.

A2. Donner un estimateur de chaque paramètre m et σ. [1 point]

Solution: L'estimateur de la moyenne est la moyenne empirique :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

L'estimateur de la variance est la variance empirique corrigée :

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2$$

A3. Donner un intervalle de confiance au niveau 95%, puis 98%, de la durée de vie moyenne m d'une ampoule. [3 points]

Solution: Par linéarité de la loi normale on a :

$$\overline{X}_n \sim \mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

D'où par réduction :

$$\frac{\overline{X}_n - \mathbb{E}(\overline{X}_n)}{\sqrt{\mathbb{V}(\overline{X}_n)}} = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

On peut donc passer à l'étape deux pour trouver un encadrement de cette fonctionnelle. Or les quantiles de la loi normale centrée réduite sont donnée par sa fonction de répartition Φ. Ainsi, on a :

$$P\left(\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

et

$$P\left(\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

D'où :

$$\begin{aligned} & P\left(\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha \\ \iff \quad & P\left(\overline{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \geq \mu \geq \overline{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha \end{aligned}$$

Or, d'après la propriété de symétrie de la loi normale, on a $\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = -\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$. Donc on peut conclure sur notre intervalle de confiance :

$$P\left(\overline{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) \geq \mu \geq \overline{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha$$

Remarque : J'ai toujours accepté les réponses des étudiants qui donnaient la formule directement. Mais la rédaction pour expliquer ce que l'on fait est indispensable. On ne donne pas juste des chiffres sans expliquer ce que l'on écrit.

On peut donc appliquer numériquement au risque $\alpha = 5\%$. Notre intervalle de confiance est :

$$\begin{aligned}
IC_5 &= [\overline{x}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\ ,\ \overline{x}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)] \\
&= [15508,31 - \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,975)\ ,\ 15508,31 + \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,975)] \\
&= [15508,31 - \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}1,96\ ,\ 15508,31 + \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}1,96] \\
&= [15420,66\ ;\ 15595,76]
\end{aligned}$$

Et de même au risque $\alpha = 1\%$. Notre intervalle de confiance est :

$$\begin{aligned}
IC_2 &= [\overline{x}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\ ,\ \overline{x}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)] \\
&= [15508,31 - \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,99)\ ,\ 15508,31 + \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,99)] \\
&= [15508,31 - \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}2,325\ ,\ 15508,31 + \frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}2,325] \\
&= [15404,34\ ;\ 15612,28]
\end{aligned}$$

A4. Si le producteur annonce une durée de vie égale à 15600 heures, quelle conclusion peut-on faire avec les intervalles de confiance ? [0.5 point]

Solution: L'annonce du producteur est dans l'intervalle de confiance pour $\alpha = 1\%$. On peut donc a priori dire que son estimation est bonne.

B Test d'hypothèse [9.5 points]

On veut ici tester l'hypothèse "H_0 : la durée de vie d'une ampoule est de 15600h" contre "H_1 : la durée de vie d'une ampoule est inférieure 15600h"

B1. Expliquez pourquoi on a fait un test unilatéral (H_1 : Durée de vie <15600h) au lieu d'un test bilatéral (H_1 : Durée de vie $\neq$ 15600h) ? [1 point]

Solution: On a fait ce test car la moyenne trouvée dans la partie A est inférieure à 15600h.

B2. Définir la région critique de ce test en fonction d'une constante c. [2 points]

Solution: On rappelle que la région critique d'un test, notée W, est un ensemble de réalisations de la statistique de test pour lesquelles l'hypothèse nulle est rejetée. Ici comme on fait un test unilatéral, elle est de la forme :

$$W = \{\overline{X}_n < c\}$$

c est à déterminer en fonction du niveau du test.

B3. Fixons un niveau de test égal à 5%**.**

B3a. Retient-on ou non l'hypothèse nulle H_0. [1.5 points]

Solution: Le but maintenant est de calculer c dans la région critique pour voir si la réalisation de notre statistique de test est dans la région critique. On cherche alors c tel que

$$\mathbb{P}(\overline{X}_n > c | H_0) = 1 - \alpha$$

Soit,

$$\mathbb{P}\left(\frac{\overline{X}_n - 15600}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{c - 15600}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

car sous H_0 la moyenne de X_n est 15600. D'après la table de la loi centrée réduite,

$$\frac{c - 15600}{\sigma/\sqrt{n}} = -1,645$$

D'où

$$c = -1,645\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + 15600 = 1,645\frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}} + 15600 = 15526,43$$

La région critique est donc donnée par l'intervalle :

$$[-\infty \ ; \ 15526,43]$$

Comme la réalisation de la moyenne empirique trouvée dans la partie A est dans la région critique, on peut penser, au seuil de 5% d'erreur, que le producteur ment.

B3b. Calculer alors la puissance du test et donc le risque de seconde espèce β. [1.5 points]

Solution: On rappelle que la puissance est définie par

$$\text{Puiss} = P(W|H_1) = 1 - \beta$$

D'où

$$\begin{aligned}
\text{Puiss} &= \mathbb{P}\left(\frac{\overline{X}_n - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{15526,43 - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\frac{\overline{X}_n - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{15526,43 - 15508,31}{\frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\frac{\overline{X}_n - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}} > 0,41\right) \\
&= 0,3409
\end{aligned}$$

D'où $\beta = 65,91\%$

B4. On ne fixe plus le niveau du test

B4a. Calculer quel est le niveau de test le plus faible qui permette d'accepter H_0. [2 points]

Solution: On fait l'opération inverse de la question précédente. On cherche α si $c = 15508,31$. Ainsi

$$\frac{c - 15600}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{15508,31 - 15600}{\frac{\sqrt{71991,13}}{\sqrt{36}}} = -2,05$$

Donc, d'après la table de loi de la loi centrée réduite, $\alpha = 1 - 0,9798 = 2,02\%$.

B4b. Calculer alors la puissance correspondante. Ce test est il bon ? [1.5 points]

Solution: On calcule alors la puissance comme dans la question précédente :

$$\begin{aligned}
\text{Puiss} &= \mathbb{P}\left(\frac{\overline{X}_n - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{15508,31 - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\frac{\overline{X}_n - 15508,31}{\sigma/\sqrt{n}} > 0\right) \\
&= 50\%
\end{aligned}$$

Ce test est donc seulement bon par son niveau α faible.

Annexes :

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7290	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9779	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

FIGURE 1 – Table de la loi Normale centrée réduite

On rappelle les valeurs de certains quantiles de la loi normale centrée réduite :

$$F^{-1}(0,975) = 1,96$$

$$F^{-1}(0,995) = 2,575$$

$$F^{-1}(0,95) = 1,645$$

p	0,999	0,995	0,99	0,98	0,95	0,9	0,8	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
ddl														
1	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0039	0,0158	0,0642	1,6424	2,7055	3,8415	5,4119	6,6349	7,8794	10,8276
2	0,0020	0,0100	0,0201	0,0404	0,1026	0,2107	0,4463	3,2189	4,6052	5,9915	7,8240	9,2103	10,5966	13,8155
3	0,0243	0,0717	0,1148	0,1848	0,3518	0,5844	1,0052	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,3449	12,8382	16,2662
4	0,0908	0,2070	0,2971	0,4294	0,7107	1,0636	1,6488	5,9886	7,7794	9,4877	11,6678	13,2767	14,8603	18,4668
5	0,2102	0,4117	0,5543	0,7519	1,1455	1,6103	2,3425	7,2893	9,2364	11,0705	13,3882	15,0863	16,7496	20,5150
6	0,3811	0,6757	0,8721	1,1344	1,6354	2,2041	3,0701	8,5581	10,6446	12,5916	15,0332	16,8119	18,5476	22,4577
7	0,5985	0,9893	1,2390	1,5643	2,1673	2,8331	3,8223	9,8032	12,0170	14,0671	16,6224	18,4753	20,2777	24,3219
8	0,8571	1,3444	1,6465	2,0325	2,7326	3,4895	4,5936	11,0301	13,3616	15,5073	18,1682	20,0902	21,9550	26,1245
9	1,1519	1,7349	2,0879	2,5324	3,3251	4,1682	5,3801	12,2421	14,6837	16,9190	19,6790	21,6660	23,5894	27,8772
10	1,4787	2,1559	2,5582	3,0591	3,9403	4,8652	6,1791	13,4420	15,9872	18,3070	21,1608	23,2093	25,1882	29,5883
11	1,8339	2,6032	3,0535	3,6087	4,5748	5,5778	6,9887	14,6314	17,2750	19,6751	22,6179	24,7250	26,7568	31,2641
12	2,2142	3,0738	3,5706	4,1783	5,2260	6,3038	7,8073	15,8120	18,5493	21,0261	24,0540	26,2170	28,2995	32,9095
13	2,6172	3,5650	4,1069	4,7654	5,8919	7,0415	8,6339	16,9848	19,8119	22,3620	25,4715	27,6882	29,8195	34,5282
14	3,0407	4,0747	4,6604	5,3682	6,5706	7,7895	9,4673	18,1508	21,0641	23,6848	26,8728	29,1412	31,3193	36,1233
15	3,4827	4,6009	5,2293	5,9849	7,2609	8,5468	10,3070	19,3107	22,3071	24,9958	28,2595	30,5779	32,8013	37,6973
16	3,9416	5,1422	5,8122	6,6142	7,9616	9,3122	11,1521	20,4651	23,5418	26,2962	29,6332	31,9999	34,2672	39,2524
17	4,4161	5,6972	6,4078	7,2550	8,6718	10,0852	12,0023	21,6146	24,7690	27,5871	30,9950	33,4087	35,7185	40,7902
18	4,9048	6,2648	7,0149	7,9062	9,3905	10,8649	12,8570	22,7595	25,9894	28,8693	32,3462	34,8053	37,1565	42,3124
19	5,4068	6,8440	7,6327	8,5670	10,1170	11,6509	13,7158	23,9004	27,2036	30,1435	33,6874	36,1909	38,5823	43,8202
20	5,9210	7,4338	8,2604	9,2367	10,8508	12,4426	14,5784	25,0375	28,4120	31,4104	35,0196	37,5662	39,9968	45,3147
21	6,4467	8,0337	8,8972	9,9146	11,5913	13,2396	15,4446	26,1711	29,6151	32,6706	36,3434	38,9322	41,4011	46,7970
22	6,9830	8,6427	9,5425	10,6000	12,3380	14,0415	16,3140	27,3015	30,8133	33,9244	37,6595	40,2894	42,7957	48,2679
23	7,5292	9,2604	10,1957	11,2926	13,0905	14,8480	17,1865	28,4288	32,0069	35,1725	38,9683	41,6384	44,1813	49,7282
24	8,0849	9,8862	10,8564	11,9918	13,8484	15,6587	18,0618	29,5533	33,1962	36,4150	40,2704	42,9798	45,5585	51,1786
25	8,6493	10,5197	11,5240	12,6973	14,6114	16,4734	18,9398	30,6752	34,3816	37,6525	41,5661	44,3141	46,9279	52,6197
26	9,2221	11,1602	12,1981	13,4086	15,3792	17,2919	19,8202	31,7946	35,5632	38,8851	42,8558	45,6417	48,2899	54,0520
27	9,8028	11,8076	12,8785	14,1254	16,1514	18,1139	20,7030	32,9117	36,7412	40,1133	44,1400	46,9629	49,6449	55,4760
28	10,3909	12,4613	13,5647	14,8475	16,9279	18,9392	21,5880	34,0266	37,9159	41,3371	45,4188	48,2782	50,9934	56,8923
29	10,9861	13,1211	14,2565	15,5745	17,7084	19,7677	22,4751	35,1394	39,0875	42,5570	46,6927	49,5879	52,3356	58,3012
30	11,5880	13,7867	14,9535	16,3062	18,4927	20,5992	23,3641	36,2502	40,2560	43,7730	47,9618	50,8922	53,6720	59,7031
40	17,9164	20,7065	22,1643	23,8376	26,5093	29,0505	32,3450	47,2685	51,8051	55,7585	60,4361	63,6907	66,7660	73,4020
50	24,6739	27,9907	29,7067	31,6639	34,7643	37,6886	41,4492	58,1638	63,1671	67,5048	72,6133	76,1539	79,4900	86,6608
60	31,7383	35,5345	37,4849	39,6994	43,1880	46,4589	50,6406	68,9721	74,3970	79,0819	84,5799	88,3794	91,9517	99,6072
70	39,0364	43,2752	45,4417	47,8934	51,7393	55,3289	59,8978	79,7146	85,5270	90,5312	96,3875	100,4252	104,2149	112,3169
80	46,5199	51,1719	53,5401	56,2128	60,3915	64,2778	69,2069	90,4053	96,5782	101,8795	108,0693	112,3288	116,3211	124,8392
90	54,1552	59,1963	61,7541	64,6347	69,1260	73,2911	78,5584	101,0537	107,5650	113,1453	119,6485	124,1163	128,2989	137,2084
100	61,9179	67,3276	70,0649	73,1422	77,9295	82,3581	87,9453	111,6667	118,4980	124,3421	131,1417	135,8067	140,1695	149,4493
120	77,7551	83,8516	86,9233	90,3667	95,7046	100,6236	106,8056	132,8063	140,2326	146,5674	153,9182	158,9502	163,6482	173,6174
140	93,9256	100,6548	104,0344	107,8149	113,6593	119,0293	125,7581	153,8537	161,8270	168,6130	176,4709	181,8403	186,8468	197,4508
160	110,3603	117,6793	121,3456	125,4400	131,7561	137,5457	144,7834	174,8283	183,3106	190,5165	198,8464	204,5301	209,8239	221,0190
180	127,0111	134,8844	138,8204	143,2096	149,9688	156,1526	163,8682	195,7434	204,7037	212,3039	221,0772	227,0561	232,6198	244,3705
200	143,8428	152,2410	156,4320	161,1003	168,2786	174,8353	183,0028	216,6088	226,0210	233,9943	243,1869	249,4451	255,2642	267,5405
250	186,5541	196,1606	200,9386	206,2490	214,3916	221,8059	231,0128	268,5986	279,0504	287,8815	298,0388	304,9396	311,3462	324,8324
300	229,9634	240,6634	245,9725	251,8637	260,8781	269,0679	279,2143	320,3971	331,7885	341,3951	352,4246	359,9064	366,8444	381,4252
400	318,2596	330,9028	337,1553	344,0781	354,6410	364,2074	376,0218	423,5895	436,6490	447,6325	460,2108	468,7245	476,6064	493,1318
500	407,9470	422,3034	429,3875	437,2194	449,1468	459,9261	473,2099	526,4014	540,9303	553,1268	567,0698	576,4928	585,2066	603,4460
600	498,6229	514,5289	522,3651	531,0191	544,1801	556,0560	570,6680	628,9433	644,8004	658,0936	673,2703	683,5156	692,9816	712,7712
700	590,0480	607,3795	615,9075	625,3175	639,6130	652,4973	668,3308	731,2805	748,3591	762,6607	778,9721	789,9735	800,1314	821,3468
800	682,0665	700,7250	709,8969	720,0107	735,3623	749,1852	766,1555	833,4557	851,6712	866,9114	884,2789	895,9843	906,7862	929,3289
900	774,5698	794,4750	804,2517	815,0267	831,3702	846,0746	864,1125	935,4987	954,7819	970,9036	989,2631	1001,6296	1013,0364	1036,8260

FIGURE 2 – Table de la loi du Khi-deux

ν_2 (dén.)	ν_1 (numérateur)																			
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**80**	**100**	**200**	**500**	**1 000**
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	248.02	250.10	251.14	251.77	252.20	252.72	253.04	253.68	254.06	254.19
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.45	19.46	19.47	19.48	19.48	19.48	19.49	19.49	19.49	19.49
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.66	8.62	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.54	8.53	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.80	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.65	5.64	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.56	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.41	4.39	4.37	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.87	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.69	3.68	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.44	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.25	3.24	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.15	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.95	2.94	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	2.94	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.73	2.72	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.77	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.56	2.55	2.54
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.12	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.88	1.86	1.85
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	1.93	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.66	1.64	1.63
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	1.84	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.55	1.53	1.52
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.78	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.48	1.46	1.45
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.75	1.65	1.59	1.56	1.53	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.72	1.62	1.57	1.53	1.50	1.47	1.45	1.40	1.37	1.36
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.70	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.38	1.35	1.34
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.69	1.59	1.53	1.49	1.46	1.43	1.41	1.36	1.33	1.31
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.68	1.57	1.52	1.48	1.45	1.41	1.39	1.34	1.31	1.30
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.62	1.52	1.46	1.41	1.39	1.35	1.32	1.26	1.22	1.21
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86	1.61	1.50	1.43	1.39	1.36	1.32	1.30	1.23	1.19	1.17
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.59	1.48	1.42	1.38	1.35	1.30	1.28	1.21	1.16	1.14
1 000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.58	1.47	1.41	1.36	1.33	1.29	1.26	1.19	1.13	1.11
2 000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.01	1.94	1.88	1.84	1.58	1.46	1.40	1.36	1.32	1.28	1.25	1.18	1.12	1.09

Figure 3 – Table de la loi de Fisher pour la quantile $P(X \leq \ldots) = 0,95$

Percentiles de la distribución F de Fisher ($F_{0.975}$)

GLn / GLd	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	100	∞
1	647,79	799,48	864,15	899,60	921,83	937,11	948,20	956,64	963,28	968,63	976,72	984,87	993,08	998,09	1001,4	1005,6	1009,8	1013,2	1018,3
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,41	39,43	39,45	39,46	39,46	39,47	39,48	39,49	39,50
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,34	14,25	14,17	14,12	14,08	14,04	13,99	13,96	13,90
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,75	8,66	8,56	8,50	8,46	8,41	8,36	8,32	8,26
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,52	6,43	6,33	6,27	6,23	6,18	6,12	6,08	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,37	5,27	5,17	5,11	5,07	5,01	4,96	4,92	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,67	4,57	4,47	4,40	4,36	4,31	4,25	4,21	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,20	4,10	4,00	3,94	3,89	3,84	3,78	3,74	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,87	3,77	3,67	3,60	3,56	3,51	3,45	3,40	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,62	3,52	3,42	3,35	3,31	3,26	3,20	3,15	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,43	3,33	3,23	3,16	3,12	3,06	3,00	2,96	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,28	3,18	3,07	3,01	2,96	2,91	2,85	2,80	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,15	3,05	2,95	2,88	2,84	2,78	2,72	2,67	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	3,05	2,95	2,84	2,78	2,73	2,67	2,61	2,56	2,49
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,96	2,86	2,76	2,69	2,64	2,59	2,52	2,47	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,89	2,79	2,68	2,61	2,57	2,51	2,45	2,40	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,82	2,72	2,62	2,55	2,50	2,44	2,38	2,33	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,77	2,67	2,56	2,49	2,44	2,38	2,32	2,27	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,72	2,62	2,51	2,44	2,39	2,33	2,27	2,22	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,68	2,57	2,46	2,40	2,35	2,29	2,22	2,17	2,09
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,64	2,53	2,42	2,36	2,31	2,25	2,18	2,13	2,04
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,60	2,50	2,39	2,32	2,27	2,21	2,14	2,09	2,00
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,57	2,47	2,36	2,29	2,24	2,18	2,11	2,06	1,97
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,54	2,44	2,33	2,26	2,21	2,15	2,08	2,02	1,94
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,51	2,41	2,30	2,23	2,18	2,12	2,05	2,00	1,91
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,49	2,39	2,28	2,21	2,16	2,09	2,03	1,97	1,88
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	2,47	2,36	2,25	2,18	2,13	2,07	2,00	1,94	1,85
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,45	2,34	2,23	2,16	2,11	2,05	1,98	1,92	1,83
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	2,43	2,32	2,21	2,14	2,09	2,03	1,96	1,90	1,81
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,41	2,31	2,20	2,12	2,07	2,01	1,94	1,88	1,79
35	5,48	4,11	3,52	3,18	2,96	2,80	2,68	2,58	2,50	2,44	2,34	2,23	2,12	2,05	2,00	1,93	1,86	1,80	1,70
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,29	2,18	2,07	1,99	1,94	1,88	1,80	1,74	1,64
50	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,22	2,11	1,99	1,92	1,87	1,80	1,72	1,66	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,17	2,06	1,94	1,87	1,82	1,74	1,67	1,60	1,48
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	2,08	1,97	1,85	1,77	1,71	1,64	1,56	1,48	1,35
120	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	2,05	1,94	1,82	1,75	1,69	1,61	1,53	1,45	1,31
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,94	1,83	1,71	1,63	1,57	1,48	1,39	1,30	1,01

19

FIGURE 4 – Table de la loi de Fisher pour la quantile $P(X \leq \ldots) = 0,975$