

# Examen de rattrapage de Mathématiques et statistiques appliquées aux sciences sociales

L2 AES

juin 2019

Enseignant : Simon ROBY

Le sujet est composé de plusieurs exercices complètement indépendants.

Les questions de cours sont des définitions, propriétés ou applications directes vues en cours.

L'exercice 1 construit un intervalle de confiance grâce au théorème central limite.

L'exercice 2 nous propose de trouver une loi qui correspond ou non au passage des voitures par minute au péage de Gye.

L'exercice 3 propose d'estimer de la moyenne de la taille des boulons dans une production.

Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre, mais toujours en précisant sur la copie quel exercice est traité.

|  |
|--|
| Une attention particulière à la rédaction et au soin sera valorisée par le correcteur. <b>Tout résultat illisible ne sera pas corrigé.</b> |
|--|

## Questions de cours

[7 points]

Les définitions et propositions doivent être énoncées avec rigueur.

1. Si  $Y$  et  $Z$  sont deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement une loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  et une loi  $\chi^2(k)$ , quelle est la loi de la variable aléatoire  $X = \frac{Y}{\sqrt{Z/k}}$ ? [0,5 point]

**Solution:** La variable aléatoire  $X$  suit une loi de Student à  $k$  degrés de liberté. On le note :

$$X \sim t(k)$$

2. Si  $X \sim \mathcal{N}(6, 4)$ , comment se ramener à une loi normale centrée réduite? [0,5 point]

**Solution:** La variable aléatoire  $\frac{X-6}{2}$  suit une loi normale centrée réduite.

3. Que veut dire qu'une suite de variables aléatoires  $X_n$  converge en loi vers une variable aléatoire  $X$ . [1 point]

**Solution:** Soit une suite de variables aléatoires réelles  $(X_n)$  ayant pour fonction de répartition  $F_n$ . On dit que la suite de variable aléatoires  $(X_n)$  converge en loi vers une variable aléatoire réelle  $X$  de fonction de répartition  $F$ , si, pour tout  $x$  dans l'ensemble de définition de  $X$ ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = F(x)$$

On le note :

$$X_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X$$

4. Qu'appelle-t-on le risque de deuxième espèce? [0,5 point]

**Solution:** Le risque de deuxième espèce (ou risque d'erreur de type II) est le risque que  $H_1$  soit vraie alors qu'on n'a pas rejeté  $H_0$ .

5. Quand un estimateur est dit "non biaisé"? [0,5 point]

**Solution:** On dit qu'un estimateur  $\hat{\theta}$  est non-biaisé si son espérance est égale à  $\theta$  :

$$\mathbb{E}(\hat{\theta}) = \theta$$

6. Définir la puissance d'un test. [0,5 point]

**Solution:** On appelle puissance d'un test, la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle  $H_0$  alors que l'hypothèse  $H_1$  est vraie dans la population. C'est donc la probabilité du complémentaire du risque de seconde espèce :

$$\text{Puiss} = P(W|H_1) = 1 - \beta$$

où  $\beta$  est la probabilité du risque d'erreur de type II,

7. Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne 1,2 et de variance 9. Calculer (faire un ajustement affine si nécessaire) :

7a.  $\mathbb{P}(X > 2,67)$

[0,5 point]

**Solution:** On effectue le calcul en se ramenant à une loi normale centrée réduite :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X > 2,67) &= \mathbb{P}\left(\frac{X - 1,2}{3} > 0,49\right) \\ &= 1 - \mathbb{P}\left(\frac{X - 1,2}{3} < 0,49\right) \\ &= 1 - \Phi(0,49) \text{ , car } \frac{X - 1,2}{3} \sim \mathcal{N}(0,1) \\ &= 1 - 0,6879 \text{ , grâce à la table de la loi normale centrée réduite} \\ &= 0,3121 \end{aligned}$$

7b. la valeur de  $c$  telle que  $\mathbb{P}(X > c) = 0,877$

[1 point]

**Solution:** Comme pour la question précédente :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X > c) &= \mathbb{P}\left(\frac{X - 1,2}{3} > \frac{c - 1,2}{3}\right) \\ &= 1 - \mathbb{P}\left(\frac{X - 1,2}{3} < \frac{c - 1,2}{3}\right) \end{aligned}$$

D'où :

$$\mathbb{P}(X > c) = 0,877 \Leftrightarrow \mathbb{P}\left(\frac{X - 1,2}{3} < \frac{c - 1,2}{3}\right) = 0,123$$

Donc

$$\frac{c - 1,2}{3} = \Phi^{-1}(0,123)$$

Cependant la valeur 0,123 n'appartient pas au tableau. On utilise alors la formule :

$$\Phi^{-1}(1 - \alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha) \quad \forall \alpha \in [0,1]$$

On a finalement :

$$\frac{1,2 - c}{3} = \Phi^{-1}(0,877) = 1,16$$

D'où

$$c = -2,28$$

8. Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi de Fischer de paramètres 6 et 8. Calculer :

8a. la valeur de  $d$  telle que  $\mathbb{P}(X < d) = 0,95$  [1 point]

**Solution:** La table de loi 3 nous donne immédiatement le résultat :

$$d = 3,58$$

8b. la valeur de  $y$  telle que  $\mathbb{P}(X < y) = 0,97$  (Indice : Ajustement affine) [1 point]

**Solution:** D'après les deux tables de loi de Fischer, on a :

$$\mathbb{P}(X < 4,65) = 0,975 \text{ et } \mathbb{P}(X < 3,58) = 0,95$$

On fait un ajustement affine pour trouver la valeur voulue. On calcule d'abord le coefficient directeur de la droite affine :

$$\frac{4,65 - 3,58}{0,975 - 0,95} = \frac{1,07}{0,025} = 42,8$$

Ensuite l'ordonnée à l'origine :

$$3,58 - 42,8 \times 0,95 = -37,08$$

Puis on trouve la valeur voulue en remplaçant dans l'équation de la droite affine trouvée :

$$y = 42,8 \times 0,97 - 37,08 = 4,436$$

Pour plus d'explication sur l'ajustement affine, voir le .pdf dans le dossier.

## Exercice 1 : Intervalle de confiance et TLC [4 points]

À la sortie d'une chaîne de montage,  $n = 50$  véhicules automobiles tirés au sort sont testés de façon approfondie et 4 d'entre eux présentent des défauts importants. Le fabricant souhaite évaluer la proportion  $p$  de voitures présentant un défaut important.

On note  $X$  la variable aléatoire qui, à tout véhicule, fait correspondre le nombre 1 s'il a un défaut important, et 0 sinon. On note  $(X_1, \dots, X_n)$ , le  $n$ -échantillon de  $X$  ainsi obtenu ;  $X_i$  étant la réponse de l'individu numéroté  $i$ . Les  $X_i$  sont donc des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi de Bernoulli de paramètre  $p$ .

Le but est d'estimer la proportion  $p$ , en donnant un intervalle de confiance au risque  $\alpha$ , avec  $\alpha \in ]0; 1[$  «petit».

1. Enoncer le théorème de la limite centrée (TLC).

[1 point]

**Solution:** Soit  $(X_n)$  une suite de variables aléatoires réelles indépendantes et identiquement distribuées (iid) avec une espérance  $\mu$  et une variance  $\sigma^2$  finies. Alors la moyenne empirique vérifie :

$$\sqrt{n} \left( \frac{\bar{X}_n - m}{\sigma} \right) \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$$

2. On suppose que  $n$  est assez grand pour utiliser le Théorème de la limite centrée. Expliquez pourquoi ce théorème permet de trouver un intervalle de confiance pour  $p$ . (Rappel : Ici les  $X_i$  suivent une loi de Bernoulli. Donc leur variance est  $p(1-p)$ . On peut donc remplacer  $\sigma$  par un estimateur bien trouvé de  $\sqrt{p(1-p)}$ ... à partir de la moyenne empirique qui estime  $p$ ...) [2 points]

**Solution:** On utilise la moyenne empirique pour estimer une moyenne :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Or d'après le théorème de la limite centrée, on a toutes les hypothèses pour affirmer que

$$\sqrt{n} \left( \frac{\bar{X}_n - p}{\sigma} \right) \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1)$$

On peut donc trouver un intervalle de confiance asymptotique pour  $p$  en utilisant la loi normale centrée réduite. En effet, comme on connaît la loi de  $\sqrt{n} \left( \frac{\bar{X}_n - p}{\sigma} \right)$  on peut trouver  $c$ , pour  $\alpha$  fixé tel que :

$$\mathbb{P} \left( -c < \sqrt{n} \left( \frac{\bar{X}_n - p}{\sqrt{\bar{X}_n(1 - \bar{X}_n)}} \right) < c \right) = 1 - \alpha$$

d'où l'intervalle de confiance que l'on trouve en isolant  $p$ .

3. Donner alors un intervalle de confiance de  $p$  d'ordre  $\alpha = 1\%$ . Conclure.

[1 points]

**Solution:**

D'après la question précédente et la table de loi de la loi normale centrée réduite, pour le seuil  $\alpha = 1\%$ , on a :

$$\mathbb{P} \left( -2,575 < \sqrt{n} \left( \frac{\bar{X}_n - m}{\sqrt{\bar{X}_n(1 - \bar{X}_n)}} \right) < 2,575 \right) = 1 - \alpha$$

D'où :

$$\mathbb{P} \left( \frac{-2,575 \times \sqrt{\bar{X}_n(1 - \bar{X}_n)}}{\sqrt{n}} + \bar{X}_n < m < \frac{2,575 \times \sqrt{\bar{X}_n(1 - \bar{X}_n)}}{\sqrt{n}} + \bar{X}_n \right) = 1 - \alpha$$

Pour les calculs, en remplaçant  $\bar{X}_n$  par la valeur donnée par l'énoncé dans le sondage, soit  $\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$  et en remplaçant  $n$  par 50, on a l'intervalle de confiance suivant au seuil  $\alpha = 1\%$  :

$$\left[ \frac{2}{25} - 2.575 \sqrt{\frac{2}{25} \times \frac{23}{25 \times 50}}; 0.2 + 2.575 \sqrt{0.2 \times \frac{23}{25 \times 50}} \right] = [-0.019; 0.179]$$

On peut donner donc l'intervalle de confiance au seuil de 1% (une proportion ne peut pas être négative) :

$$[0; 0.179]$$

## Exercice 2 : Combien de voitures ?

[5 points]

Pendant 200 minutes, on note à chaque minute, le nombre de voitures qui ont franchi le poste de péage de Gye, sous Nancy, sur l'autoroute A31. Cela nous donne la distribution observée ci-dessous :

|                               |   |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
|-------------------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|
| Nombre de voitures par minute | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Effectif observé              | 1 | 15 | 30 | 46 | 38 | 30 | 16 | 13 | 5 | 3 | 2  | 1  |

Un statisticien nous dit que cette distribution ressemble fortement à une loi de Poisson de paramètre 4. On veut vérifier si cette loi "colle" bien aux effectifs observés.

1. Enoncer le nom et les hypothèses du test à réaliser.

[1 point]

**Solution:** Pour évaluer l'adéquation entre une loi et une expérience, on utilise un test d'adéquation du Khi-Deux. On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre de voiture par minute qui passe au péage de Gye. On confronte les hypothèses :

$$H_0 : X \text{ suit une loi de Poisson de paramètre } 4$$

contre

$H_1 : X$  ne suit pas une loi de Poisson de paramètre 4

2. Faire le test correspondant. On rappelle que la loi de Poisson est donnée, si  $X$  suit une loi de Poisson de paramètre  $\lambda$  par :

$$\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

[3 points]

**Solution:** Refaisons d'abord le tableau en y ajoutant les effectifs théoriques :

|                               |   |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
|-------------------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|
| Nombre de voitures par minute | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Effectif observé              | 1 | 15 | 30 | 46 | 38 | 30 | 16 | 13 | 5 | 3 | 2  | 1  |
| Effectif théorique            | 4 | 15 | 29 | 39 | 39 | 31 | 21 | 12 | 6 | 3 | 1  | 0  |

Les effectifs des valeurs extrêmes étant inférieurs à 5, on regroupe les deux premières et les quatre dernières valeurs.

|                               |        |    |    |    |    |    |    |           |
|-------------------------------|--------|----|----|----|----|----|----|-----------|
| Nombre de voitures par minute | 0 ou 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | de 8 à 11 |
| Effectif observé              | 16     | 30 | 46 | 38 | 30 | 16 | 13 | 11        |
| Effectif théorique            | 19     | 29 | 39 | 39 | 31 | 21 | 12 | 10        |

Il reste donc seulement huit classes de valeurs et comme le paramètre de la loi théorique retenue a été estimé, la statistique qui définit la région critique  $D_n \geq C$  suit approximativement une loi du khi-deux à six ( $8 - 1 - 1$ ) degrés de liberté. Pour  $\alpha = 0,05$ , le seuil critique est le fractile d'ordre 0,95 de cette loi, soit  $C = 12,6$ . La valeur observée ici est :

$$D_n = \frac{(16 - 19)^2}{19} + \frac{(30 - 29)^2}{29} + \frac{49}{39} + \frac{1}{39} + \frac{1}{31} + \frac{25}{21} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10} = 3,196$$

3. Conclure.

[1 point]

**Solution:** On a  $D_n < C$ , donc on retient comme loi théorique la loi de Poisson de paramètre 4 pour la variable aléatoire  $X$ .

### Exercice 3 : La taille d'un boulon

[4 points]

Dans une entreprise qui fabrique des boulons, on s'intéresse à la taille du trou. En effet, celle-ci doit être très précise pour que les vis associées aux boulons rentrent bien à l'intérieur. On

choisit au hasard 36 boulons. On étudie la taille de leur trou. Celle-ci peut être considérée comme la réalisation d'une variable aléatoire normale  $X$ , de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$ . On admet que les tailles des boulons sont indépendantes les unes des autres. Les mesures sont données en millimètre :

15,034 / 15,262 / 15,379 / 15,499 / 15,582 / 15,767 / 15,141 / 15,313 / 15,389 / 15,504 / 15,591 / 15,799 / 15,151 / 15,328 / 15,463 / 15,512 / 15,595 / 15,810 / 15,207 / 15,330 / 15,476 / 15,524 / 15,705 / 15,930 / 15,222 / 15,332 / 15,478 / 15,528 / 15,718 / 16,058 / 15,238 / 15,339 / 15,493 / 15,556 / 15,731 / 16,315

1. Donnez la formule qui permet de calculer la moyenne et la variance de cette série statistique. Le calcul nous donne :  $m = 15,5083$  et  $\sigma^2 = 0,07199$ . [1 point]

**Solution:** Les formules de la moyenne et de la variance sont données dans le cours :

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$$

2. Donner un intervalle de confiance au niveau 95%, puis 98%, de la durée de vie moyenne  $m$  d'une ampoule. [1,5 points]

**Solution:** Par linéarité de la loi normale on a :

$$\bar{X}_n \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

D'où par réduction :

$$\frac{\bar{X}_n - \mathbb{E}(\bar{X}_n)}{\sqrt{\mathbb{V}(\bar{X}_n)}} = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

On peut donc passer à l'étape deux pour trouver un encadrement de cette fonctionnelle. Or les quantiles de la loi normale centrée réduite sont donnée par sa fonction de répartition  $\Phi$ . Ainsi, on a :

$$P\left(\frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

et

$$P\left(\frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

D'où :

$$P\left(\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha$$
$$\Leftrightarrow P\left(\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \geq \mu \geq \bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha$$

Or, d'après la propriété de symétrie de la loi normale, on a  $\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = -\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ .  
Donc on peut conclure sur notre intervalle de confiance :

$$P\left(\bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \geq \mu \geq \bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha$$

On peut donc appliquer numériquement au risque  $\alpha = 5\%$ . Notre intervalle de confiance est :

$$IC_5 = \left[\bar{x}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right), \bar{x}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$
$$= \left[15,5083 - \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,975), 15,5083 + \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,975)\right]$$
$$= \left[15,5083 - \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}1,96, 15,5083 + \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}1,96\right]$$
$$= [15,420 ; 15,596]$$

Et de même au risque  $\alpha = 1\%$ . Notre intervalle de confiance est :

$$IC_2 = \left[\bar{x}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right), \bar{x}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$
$$= \left[15,5083 - \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,99), 15,5083 + \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}\Phi^{-1}(0,99)\right]$$
$$= \left[15,5083 - \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}2,325, 15,5083 + \frac{\sqrt{0,07199}}{\sqrt{36}}2,325\right]$$
$$= [15,404 ; 15,612]$$

3. Si le producteur annonce que la taille de ses boulons ne varie pas de plus de 0,1 mm, quelle conclusion peut-on faire avec les intervalles de confiance? [0.5 point]

**Solution:** L'annonce du producteur est mauvaise car les intervalles de confiance ont des amplitudes plus grandes.

4. Donnez une autre méthode pour vérifier l'affirmation du constructeur, et expliquez en

quelques lignes comment la mettre en oeuvre (On ne demande pas de calculs mais seulement d'expliquer la méthode). [1 point]

## Annexes :

| <b>z</b>   | <b>0.00</b> | <b>0.01</b> | <b>0.02</b> | <b>0.03</b> | <b>0.04</b> | <b>0.05</b> | <b>0.06</b> | <b>0.07</b> | <b>0.08</b> | <b>0.09</b> |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>0.0</b> | 0.5000      | 0.5040      | 0.5080      | 0.5120      | 0.5160      | 0.5199      | 0.5239      | 0.5279      | 0.5319      | 0.5359      |
| <b>0.1</b> | 0.5398      | 0.5438      | 0.5478      | 0.5517      | 0.5557      | 0.5596      | 0.5636      | 0.5675      | 0.5714      | 0.5753      |
| <b>0.2</b> | 0.5793      | 0.5832      | 0.5871      | 0.5910      | 0.5948      | 0.5987      | 0.6026      | 0.6064      | 0.6103      | 0.6141      |
| <b>0.3</b> | 0.6179      | 0.6217      | 0.6255      | 0.6293      | 0.6331      | 0.6368      | 0.6406      | 0.6443      | 0.6480      | 0.6517      |
| <b>0.4</b> | 0.6554      | 0.6591      | 0.6628      | 0.6664      | 0.6700      | 0.6736      | 0.6772      | 0.6808      | 0.6844      | 0.6879      |
| <b>0.5</b> | 0.6915      | 0.6950      | 0.6985      | 0.7019      | 0.7054      | 0.7088      | 0.7123      | 0.7157      | 0.7190      | 0.7224      |
| <b>0.6</b> | 0.7257      | 0.7290      | 0.7324      | 0.7357      | 0.7389      | 0.7422      | 0.7454      | 0.7486      | 0.7517      | 0.7549      |
| <b>0.7</b> | 0.7580      | 0.7611      | 0.7642      | 0.7673      | 0.7704      | 0.7734      | 0.7764      | 0.7794      | 0.7823      | 0.7852      |
| <b>0.8</b> | 0.7881      | 0.7910      | 0.7939      | 0.7967      | 0.7995      | 0.8023      | 0.8051      | 0.8078      | 0.8106      | 0.8133      |
| <b>0.9</b> | 0.8159      | 0.8186      | 0.8212      | 0.8238      | 0.8264      | 0.8289      | 0.8315      | 0.8340      | 0.8365      | 0.8389      |
| <b>1.0</b> | 0.8413      | 0.8438      | 0.8461      | 0.8485      | 0.8508      | 0.8531      | 0.8554      | 0.8577      | 0.8599      | 0.8621      |
| <b>1.1</b> | 0.8643      | 0.8665      | 0.8686      | 0.8708      | 0.8729      | 0.8749      | 0.8770      | 0.8790      | 0.8810      | 0.8830      |
| <b>1.2</b> | 0.8849      | 0.8869      | 0.8888      | 0.8907      | 0.8925      | 0.8944      | 0.8962      | 0.8980      | 0.8997      | 0.9015      |
| <b>1.3</b> | 0.9032      | 0.9049      | 0.9066      | 0.9082      | 0.9099      | 0.9115      | 0.9131      | 0.9147      | 0.9162      | 0.9177      |
| <b>1.4</b> | 0.9192      | 0.9207      | 0.9222      | 0.9236      | 0.9251      | 0.9265      | 0.9279      | 0.9292      | 0.9306      | 0.9319      |
| <b>1.5</b> | 0.9332      | 0.9345      | 0.9357      | 0.9370      | 0.9382      | 0.9394      | 0.9406      | 0.9418      | 0.9429      | 0.9441      |
| <b>1.6</b> | 0.9452      | 0.9463      | 0.9474      | 0.9484      | 0.9495      | 0.9505      | 0.9515      | 0.9525      | 0.9535      | 0.9545      |
| <b>1.7</b> | 0.9554      | 0.9564      | 0.9573      | 0.9582      | 0.9591      | 0.9599      | 0.9608      | 0.9616      | 0.9625      | 0.9633      |
| <b>1.8</b> | 0.9641      | 0.9649      | 0.9656      | 0.9664      | 0.9671      | 0.9678      | 0.9686      | 0.9693      | 0.9699      | 0.9706      |
| <b>1.9</b> | 0.9713      | 0.9719      | 0.9726      | 0.9732      | 0.9738      | 0.9744      | 0.9750      | 0.9756      | 0.9761      | 0.9767      |
| <b>2.0</b> | 0.9772      | 0.9779      | 0.9783      | 0.9788      | 0.9793      | 0.9798      | 0.9803      | 0.9808      | 0.9812      | 0.9817      |
| <b>2.1</b> | 0.9821      | 0.9826      | 0.9830      | 0.9834      | 0.9838      | 0.9842      | 0.9846      | 0.9850      | 0.9854      | 0.9857      |
| <b>2.2</b> | 0.9861      | 0.9864      | 0.9868      | 0.9871      | 0.9875      | 0.9878      | 0.9881      | 0.9884      | 0.9887      | 0.9890      |
| <b>2.3</b> | 0.9893      | 0.9896      | 0.9898      | 0.9901      | 0.9904      | 0.9906      | 0.9909      | 0.9911      | 0.9913      | 0.9916      |
| <b>2.4</b> | 0.9918      | 0.9920      | 0.9922      | 0.9925      | 0.9927      | 0.9929      | 0.9931      | 0.9932      | 0.9934      | 0.9936      |
| <b>2.5</b> | 0.9938      | 0.9940      | 0.9941      | 0.9943      | 0.9945      | 0.9946      | 0.9948      | 0.9949      | 0.9951      | 0.9952      |
| <b>2.6</b> | 0.9953      | 0.9955      | 0.9956      | 0.9957      | 0.9959      | 0.9960      | 0.9961      | 0.9962      | 0.9963      | 0.9964      |
| <b>2.7</b> | 0.9965      | 0.9966      | 0.9967      | 0.9968      | 0.9969      | 0.9970      | 0.9971      | 0.9972      | 0.9973      | 0.9974      |
| <b>2.8</b> | 0.9974      | 0.9975      | 0.9976      | 0.9977      | 0.9977      | 0.9978      | 0.9979      | 0.9979      | 0.9980      | 0.9981      |
| <b>2.9</b> | 0.9981      | 0.9982      | 0.9982      | 0.9983      | 0.9984      | 0.9984      | 0.9985      | 0.9985      | 0.9986      | 0.9986      |

FIGURE 1 – Table de la loi Normale centrée réduite

On rappelle les valeurs de certains quantiles de la loi normale centrée réduite :

$$F^{-1}(0,975) = 1,96$$

$$F^{-1}(0,995) = 2,575$$

$$F^{-1}(0,95) = 1,645$$

| p   | 0,999    | 0,995    | 0,99     | 0,98     | 0,95     | 0,9      | 0,8      | 0,2      | 0,1      | 0,05     | 0,02     | 0,01      | 0,005     | 0,001     |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| ddl |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |           |           |           |
| 1   | 0,0000   | 0,0000   | 0,0002   | 0,0006   | 0,0039   | 0,0158   | 0,0642   | 1,6424   | 2,7055   | 3,8415   | 5,4119   | 6,6349    | 7,8794    | 10,8276   |
| 2   | 0,0020   | 0,0100   | 0,0201   | 0,0404   | 0,1026   | 0,2107   | 0,4463   | 3,2189   | 4,6052   | 5,9915   | 7,8240   | 9,2103    | 10,5966   | 13,8155   |
| 3   | 0,0243   | 0,0717   | 0,1148   | 0,1848   | 0,3518   | 0,5844   | 1,0052   | 4,6416   | 6,2514   | 7,8147   | 9,8374   | 11,3449   | 12,8382   | 16,2662   |
| 4   | 0,0908   | 0,2070   | 0,2971   | 0,4294   | 0,7107   | 1,0636   | 1,6488   | 5,9886   | 7,7794   | 9,4877   | 11,6678  | 13,2767   | 14,8603   | 18,4668   |
| 5   | 0,2102   | 0,4117   | 0,5543   | 0,7519   | 1,1455   | 1,6103   | 2,3425   | 7,2893   | 9,2364   | 11,0705  | 13,3882  | 15,0863   | 16,7496   | 20,5150   |
| 6   | 0,3811   | 0,6757   | 0,8721   | 1,1344   | 1,6354   | 2,2041   | 3,0701   | 8,5581   | 10,6446  | 12,5916  | 15,0332  | 16,8119   | 18,5476   | 22,4577   |
| 7   | 0,5985   | 0,9893   | 1,2390   | 1,5643   | 2,1673   | 2,8331   | 3,8223   | 9,8032   | 12,0170  | 14,0671  | 16,6224  | 18,4753   | 20,2777   | 24,3219   |
| 8   | 0,8571   | 1,3444   | 1,6465   | 2,0325   | 2,7326   | 3,4895   | 4,5936   | 11,0301  | 13,3616  | 15,5073  | 18,1682  | 20,0902   | 21,9550   | 26,1245   |
| 9   | 1,1519   | 1,7349   | 2,0879   | 2,5324   | 3,3251   | 4,1682   | 5,3801   | 12,2421  | 14,6837  | 16,9190  | 19,6790  | 21,6660   | 23,5894   | 27,8772   |
| 10  | 1,4787   | 2,1559   | 2,5582   | 3,0591   | 3,9403   | 4,8652   | 6,1791   | 13,4420  | 15,9872  | 18,3070  | 21,1608  | 23,2093   | 25,1882   | 29,5883   |
| 11  | 1,8339   | 2,6032   | 3,0535   | 3,6087   | 4,5748   | 5,5778   | 6,9887   | 14,6314  | 17,2750  | 19,6751  | 22,6179  | 24,7250   | 26,7568   | 31,2641   |
| 12  | 2,2142   | 3,0738   | 3,5706   | 4,1783   | 5,2260   | 6,3038   | 7,8073   | 15,8120  | 18,5493  | 21,0261  | 24,0540  | 26,2170   | 28,2995   | 32,9095   |
| 13  | 2,6172   | 3,5650   | 4,1069   | 4,7654   | 5,8919   | 7,0415   | 8,6339   | 16,9848  | 19,8119  | 22,3620  | 25,4715  | 27,6882   | 29,8195   | 34,5282   |
| 14  | 3,0407   | 4,0747   | 4,6604   | 5,3682   | 6,5706   | 7,7895   | 9,4673   | 18,1508  | 21,0641  | 23,6848  | 26,8728  | 29,1412   | 31,3193   | 36,1233   |
| 15  | 3,4827   | 4,6009   | 5,2293   | 5,9849   | 7,2609   | 8,5468   | 10,3070  | 19,3107  | 22,3071  | 24,9958  | 28,2595  | 30,5779   | 32,8013   | 37,6973   |
| 16  | 3,9416   | 5,1422   | 5,8122   | 6,6142   | 7,9616   | 9,3122   | 11,1521  | 20,4651  | 23,5418  | 26,2962  | 29,6332  | 31,9999   | 34,2672   | 39,2524   |
| 17  | 4,4161   | 5,6972   | 6,4078   | 7,2550   | 8,6718   | 10,0852  | 12,0023  | 21,6146  | 24,7690  | 27,5871  | 30,9950  | 33,4087   | 35,7185   | 40,7902   |
| 18  | 4,9048   | 6,2648   | 7,0149   | 7,9062   | 9,3905   | 10,8649  | 12,8570  | 22,7595  | 25,9894  | 28,8693  | 32,3462  | 34,8053   | 37,1565   | 42,3124   |
| 19  | 5,4068   | 6,8440   | 7,6327   | 8,5670   | 10,1170  | 11,6509  | 13,7158  | 23,9004  | 27,2036  | 30,1435  | 33,6874  | 36,1909   | 38,5823   | 43,8202   |
| 20  | 5,9210   | 7,4338   | 8,2604   | 9,2367   | 10,8508  | 12,4426  | 14,5784  | 25,0375  | 28,4120  | 31,4104  | 35,0196  | 37,5662   | 39,9968   | 45,3147   |
| 21  | 6,4467   | 8,0337   | 8,8972   | 9,9146   | 11,5913  | 13,2396  | 15,4446  | 26,1711  | 29,6151  | 32,6706  | 36,3434  | 38,9322   | 41,4011   | 46,7970   |
| 22  | 6,9830   | 8,6427   | 9,5425   | 10,6000  | 12,3380  | 14,0415  | 16,3140  | 27,3015  | 30,8133  | 33,9244  | 37,6595  | 40,2894   | 42,7957   | 48,2679   |
| 23  | 7,5292   | 9,2604   | 10,1957  | 11,2926  | 13,0905  | 14,8480  | 17,1865  | 28,4288  | 32,0069  | 35,1725  | 38,9683  | 41,6384   | 44,1813   | 49,7282   |
| 24  | 8,0849   | 9,8862   | 10,8564  | 11,9918  | 13,8484  | 15,6587  | 18,0618  | 29,5533  | 33,1962  | 36,4150  | 40,2704  | 42,9798   | 45,5585   | 51,1786   |
| 25  | 8,6493   | 10,5197  | 11,5240  | 12,6973  | 14,6114  | 16,4734  | 18,9398  | 30,6752  | 34,3816  | 37,6525  | 41,5661  | 44,3141   | 46,9279   | 52,6197   |
| 26  | 9,2221   | 11,1602  | 12,1981  | 13,4086  | 15,3792  | 17,2919  | 19,8202  | 31,7946  | 35,5632  | 38,8851  | 42,8558  | 45,6417   | 48,2899   | 54,0520   |
| 27  | 9,8028   | 11,8076  | 12,8785  | 14,1254  | 16,1514  | 18,1139  | 20,7030  | 32,9117  | 36,7412  | 40,1133  | 44,1400  | 46,9629   | 49,6449   | 55,4760   |
| 28  | 10,3909  | 12,4613  | 13,5647  | 14,8475  | 16,9279  | 18,9392  | 21,5880  | 34,0266  | 37,9159  | 41,3371  | 45,4188  | 48,2782   | 50,9934   | 56,8923   |
| 29  | 10,9861  | 13,1211  | 14,2565  | 15,5745  | 17,7084  | 19,7677  | 22,4751  | 35,1394  | 39,0875  | 42,5570  | 46,6927  | 49,5879   | 52,3356   | 58,3012   |
| 30  | 11,5880  | 13,7867  | 14,9535  | 16,3062  | 18,4927  | 20,5992  | 23,3641  | 36,2502  | 40,2560  | 43,7730  | 47,9618  | 50,8922   | 53,6720   | 59,7031   |
| 40  | 17,9164  | 20,7065  | 22,1643  | 23,8376  | 26,5093  | 29,0505  | 32,3450  | 47,2685  | 51,8051  | 55,7585  | 60,4361  | 63,6907   | 66,7660   | 73,4020   |
| 50  | 24,6739  | 27,9907  | 29,7067  | 31,6639  | 34,7643  | 37,6886  | 41,4492  | 58,1638  | 63,1671  | 67,5048  | 72,6133  | 76,1539   | 79,4900   | 86,6608   |
| 60  | 31,7383  | 35,5345  | 37,4849  | 39,6994  | 43,1880  | 46,4589  | 50,6406  | 68,9721  | 74,3970  | 79,0819  | 84,5799  | 88,3794   | 91,9517   | 99,6072   |
| 70  | 39,0364  | 43,2752  | 45,4417  | 47,8934  | 51,7393  | 55,3289  | 59,8978  | 79,7146  | 85,5270  | 90,5312  | 96,3875  | 100,4252  | 104,2149  | 112,3169  |
| 80  | 46,5199  | 51,1719  | 53,5401  | 56,2128  | 60,3915  | 64,2778  | 69,2069  | 90,4053  | 96,5782  | 101,8795 | 108,0693 | 112,3288  | 116,3211  | 124,8392  |
| 90  | 54,1552  | 59,1963  | 61,7541  | 64,6347  | 69,1260  | 73,2911  | 78,5584  | 101,0537 | 107,5650 | 113,1453 | 119,6485 | 124,1163  | 128,2989  | 137,2084  |
| 100 | 61,9179  | 67,3276  | 70,0649  | 73,1422  | 77,9295  | 82,3581  | 87,9453  | 111,6667 | 118,4980 | 124,3421 | 131,1417 | 135,8067  | 140,1695  | 149,4493  |
| 120 | 77,7551  | 83,8516  | 86,9233  | 90,3667  | 95,7046  | 100,6236 | 106,8056 | 132,8063 | 140,2326 | 146,5674 | 153,9182 | 158,9502  | 163,6482  | 173,6174  |
| 140 | 93,9256  | 100,6548 | 104,0344 | 107,8149 | 113,6593 | 119,0293 | 125,7581 | 153,8537 | 161,8270 | 168,6130 | 176,4709 | 181,8403  | 186,8468  | 197,4508  |
| 160 | 110,3603 | 117,6793 | 121,3456 | 125,4400 | 131,7561 | 137,5457 | 144,7834 | 174,8283 | 183,3106 | 190,5165 | 198,8464 | 204,5301  | 209,8239  | 221,0190  |
| 180 | 127,0111 | 134,8844 | 138,8204 | 143,2096 | 149,9688 | 156,1526 | 163,8682 | 195,7434 | 204,7037 | 212,3039 | 221,0772 | 227,0561  | 232,6198  | 244,3705  |
| 200 | 143,8428 | 152,2410 | 156,4320 | 161,1003 | 168,2786 | 174,8353 | 183,0028 | 216,6088 | 226,0210 | 233,9943 | 243,1869 | 249,4451  | 255,2642  | 267,5405  |
| 250 | 186,5541 | 196,1606 | 200,9386 | 206,2490 | 214,3916 | 221,8059 | 231,0128 | 268,5986 | 279,0504 | 287,8815 | 298,0388 | 304,9396  | 311,3462  | 324,8324  |
| 300 | 229,9634 | 240,6634 | 245,9725 | 251,8637 | 260,8781 | 269,0679 | 279,2143 | 320,3971 | 331,7885 | 341,3951 | 352,4246 | 359,9064  | 366,8444  | 381,4252  |
| 400 | 318,2596 | 330,9028 | 337,1553 | 344,0781 | 354,6410 | 364,2074 | 376,0218 | 423,5895 | 436,6490 | 447,6325 | 460,2108 | 468,7245  | 476,6064  | 493,1318  |
| 500 | 407,9470 | 422,3034 | 429,3875 | 437,2194 | 449,1468 | 459,9261 | 473,2099 | 526,4014 | 540,9303 | 553,1268 | 567,0698 | 576,4928  | 585,2066  | 603,4460  |
| 600 | 498,6229 | 514,5289 | 522,3651 | 531,0191 | 544,1801 | 556,0560 | 570,6680 | 628,9433 | 644,8004 | 658,0936 | 673,2703 | 683,5156  | 692,9816  | 712,7712  |
| 700 | 590,0480 | 607,3795 | 615,9075 | 625,3175 | 639,6130 | 652,4973 | 668,3308 | 731,2805 | 748,3591 | 762,6607 | 778,9721 | 789,9735  | 800,1314  | 821,3468  |
| 800 | 682,0665 | 700,7250 | 709,8969 | 720,0107 | 735,3623 | 749,1852 | 766,1555 | 833,4557 | 851,6712 | 866,9114 | 884,2789 | 895,9843  | 906,7862  | 929,3289  |
| 900 | 774,5698 | 794,4750 | 804,2517 | 815,0267 | 831,3702 | 846,0746 | 864,1125 | 935,4987 | 954,7819 | 970,9036 | 989,2631 | 1001,6296 | 1013,0364 | 1036,8260 |

FIGURE 2 – Table de la loi du Khi-deux

| $\nu_2$<br>(dén.) | $\nu_1$ (numérateur) |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------------|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                   | 1                    | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 20     | 30     | 40     | 50     | 60     | 80     | 100    | 200    | 500    | 1 000  |
| 1                 | 161.45               | 199.50 | 215.71 | 224.58 | 230.16 | 233.99 | 236.77 | 238.88 | 240.54 | 241.88 | 248.02 | 250.10 | 251.14 | 251.77 | 252.20 | 252.72 | 253.04 | 253.68 | 254.06 | 254.19 |
| 2                 | 18.51                | 19.00  | 19.16  | 19.25  | 19.30  | 19.33  | 19.35  | 19.37  | 19.38  | 19.40  | 19.45  | 19.46  | 19.47  | 19.48  | 19.48  | 19.49  | 19.49  | 19.49  | 19.49  | 19.49  |
| 3                 | 10.13                | 9.55   | 9.28   | 9.12   | 9.01   | 8.94   | 8.89   | 8.85   | 8.81   | 8.79   | 8.66   | 8.62   | 8.59   | 8.58   | 8.57   | 8.56   | 8.55   | 8.54   | 8.53   | 8.53   |
| 4                 | 7.71                 | 6.94   | 6.59   | 6.39   | 6.26   | 6.16   | 6.09   | 6.04   | 6.00   | 5.96   | 5.80   | 5.75   | 5.72   | 5.70   | 5.69   | 5.67   | 5.66   | 5.65   | 5.64   | 5.63   |
| 5                 | 6.61                 | 5.79   | 5.41   | 5.19   | 5.05   | 4.95   | 4.88   | 4.82   | 4.77   | 4.74   | 4.56   | 4.50   | 4.46   | 4.44   | 4.43   | 4.41   | 4.41   | 4.39   | 4.37   | 4.37   |
| 6                 | 5.99                 | 5.14   | 4.76   | 4.53   | 4.39   | 4.28   | 4.21   | 4.15   | 4.10   | 4.06   | 3.87   | 3.81   | 3.77   | 3.75   | 3.74   | 3.72   | 3.71   | 3.69   | 3.68   | 3.67   |
| 7                 | 5.59                 | 4.74   | 4.35   | 4.12   | 3.97   | 3.87   | 3.79   | 3.73   | 3.68   | 3.64   | 3.44   | 3.38   | 3.34   | 3.32   | 3.30   | 3.29   | 3.27   | 3.25   | 3.24   | 3.23   |
| 8                 | 5.32                 | 4.46   | 4.07   | 3.84   | 3.69   | 3.58   | 3.50   | 3.44   | 3.39   | 3.35   | 3.15   | 3.08   | 3.04   | 3.02   | 3.01   | 2.99   | 2.97   | 2.95   | 2.94   | 2.93   |
| 9                 | 5.12                 | 4.26   | 3.86   | 3.63   | 3.48   | 3.37   | 3.29   | 3.23   | 3.18   | 3.14   | 2.94   | 2.86   | 2.83   | 2.80   | 2.79   | 2.77   | 2.76   | 2.73   | 2.72   | 2.71   |
| 10                | 4.96                 | 4.10   | 3.71   | 3.48   | 3.33   | 3.22   | 3.14   | 3.07   | 3.02   | 2.98   | 2.77   | 2.70   | 2.66   | 2.64   | 2.62   | 2.60   | 2.59   | 2.56   | 2.55   | 2.54   |
| 20                | 4.35                 | 3.49   | 3.10   | 2.87   | 2.71   | 2.60   | 2.51   | 2.45   | 2.39   | 2.35   | 2.12   | 2.04   | 1.99   | 1.97   | 1.95   | 1.92   | 1.91   | 1.88   | 1.86   | 1.85   |
| 30                | 4.17                 | 3.32   | 2.92   | 2.69   | 2.53   | 2.42   | 2.33   | 2.27   | 2.21   | 2.16   | 1.93   | 1.84   | 1.79   | 1.76   | 1.74   | 1.71   | 1.70   | 1.66   | 1.64   | 1.63   |
| 40                | 4.08                 | 3.23   | 2.84   | 2.61   | 2.45   | 2.34   | 2.25   | 2.18   | 2.12   | 2.08   | 1.84   | 1.74   | 1.69   | 1.66   | 1.64   | 1.61   | 1.59   | 1.55   | 1.53   | 1.52   |
| 50                | 4.03                 | 3.18   | 2.79   | 2.56   | 2.40   | 2.29   | 2.20   | 2.13   | 2.07   | 2.03   | 1.78   | 1.69   | 1.63   | 1.60   | 1.58   | 1.54   | 1.52   | 1.48   | 1.46   | 1.45   |
| 60                | 4.00                 | 3.15   | 2.76   | 2.53   | 2.37   | 2.25   | 2.17   | 2.10   | 2.04   | 1.99   | 1.75   | 1.65   | 1.59   | 1.56   | 1.53   | 1.50   | 1.48   | 1.44   | 1.41   | 1.40   |
| 70                | 3.98                 | 3.13   | 2.74   | 2.50   | 2.35   | 2.23   | 2.14   | 2.07   | 2.02   | 1.97   | 1.72   | 1.62   | 1.57   | 1.53   | 1.50   | 1.47   | 1.45   | 1.40   | 1.37   | 1.36   |
| 80                | 3.96                 | 3.11   | 2.72   | 2.49   | 2.33   | 2.21   | 2.13   | 2.06   | 2.00   | 1.95   | 1.70   | 1.60   | 1.54   | 1.51   | 1.48   | 1.45   | 1.43   | 1.38   | 1.35   | 1.34   |
| 90                | 3.95                 | 3.10   | 2.71   | 2.47   | 2.32   | 2.20   | 2.11   | 2.04   | 1.99   | 1.94   | 1.69   | 1.59   | 1.53   | 1.49   | 1.46   | 1.43   | 1.41   | 1.36   | 1.33   | 1.31   |
| 100               | 3.94                 | 3.09   | 2.70   | 2.46   | 2.31   | 2.19   | 2.10   | 2.03   | 1.97   | 1.93   | 1.68   | 1.57   | 1.52   | 1.48   | 1.45   | 1.41   | 1.39   | 1.34   | 1.31   | 1.30   |
| 200               | 3.89                 | 3.04   | 2.65   | 2.42   | 2.26   | 2.14   | 2.06   | 1.98   | 1.93   | 1.88   | 1.62   | 1.52   | 1.46   | 1.41   | 1.39   | 1.35   | 1.32   | 1.26   | 1.22   | 1.21   |
| 300               | 3.87                 | 3.03   | 2.63   | 2.40   | 2.24   | 2.13   | 2.04   | 1.97   | 1.91   | 1.86   | 1.61   | 1.50   | 1.43   | 1.39   | 1.36   | 1.32   | 1.30   | 1.23   | 1.19   | 1.17   |
| 500               | 3.86                 | 3.01   | 2.62   | 2.39   | 2.23   | 2.12   | 2.03   | 1.96   | 1.90   | 1.85   | 1.59   | 1.48   | 1.42   | 1.38   | 1.35   | 1.30   | 1.28   | 1.21   | 1.16   | 1.14   |
| 1 000             | 3.85                 | 3.00   | 2.61   | 2.38   | 2.22   | 2.11   | 2.02   | 1.95   | 1.89   | 1.84   | 1.58   | 1.47   | 1.41   | 1.36   | 1.33   | 1.29   | 1.26   | 1.19   | 1.13   | 1.11   |
| 2 000             | 3.85                 | 3.00   | 2.61   | 2.38   | 2.22   | 2.10   | 2.01   | 1.94   | 1.88   | 1.84   | 1.58   | 1.46   | 1.40   | 1.36   | 1.32   | 1.28   | 1.25   | 1.18   | 1.12   | 1.09   |

FIGURE 3 – Table de la loi de Fisher pour la quantile  $P(X \leq \dots) = 0,95$

Percentiles de la distribución F de Fisher ( $F_{0,975}$ )

| GLn<br>GLd | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 12     | 15     | 20     | 25     | 30     | 40     | 60     | 100    | $\infty$ |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1          | 647,79 | 799,48 | 864,15 | 899,60 | 921,83 | 937,11 | 948,20 | 956,64 | 963,28 | 968,63 | 976,72 | 984,87 | 993,08 | 998,09 | 1001,4 | 1005,6 | 1009,8 | 1013,2 | 1018,3   |
| 2          | 38,51  | 39,00  | 39,17  | 39,25  | 39,30  | 39,33  | 39,36  | 39,37  | 39,39  | 39,40  | 39,41  | 39,43  | 39,45  | 39,46  | 39,46  | 39,47  | 39,48  | 39,49  | 39,50    |
| 3          | 17,44  | 16,04  | 15,44  | 15,10  | 14,88  | 14,73  | 14,62  | 14,54  | 14,47  | 14,42  | 14,34  | 14,25  | 14,17  | 14,12  | 14,08  | 14,04  | 13,99  | 13,96  | 13,90    |
| 4          | 12,22  | 10,65  | 9,98   | 9,60   | 9,36   | 9,20   | 9,07   | 8,98   | 8,90   | 8,84   | 8,75   | 8,66   | 8,56   | 8,50   | 8,46   | 8,41   | 8,36   | 8,32   | 8,26     |
| 5          | 10,01  | 8,43   | 7,76   | 7,39   | 7,15   | 6,98   | 6,85   | 6,76   | 6,68   | 6,62   | 6,52   | 6,43   | 6,33   | 6,27   | 6,23   | 6,18   | 6,12   | 6,08   | 6,02     |
| 6          | 8,81   | 7,26   | 6,60   | 6,23   | 5,99   | 5,82   | 5,70   | 5,60   | 5,52   | 5,46   | 5,37   | 5,27   | 5,17   | 5,11   | 5,07   | 5,01   | 4,96   | 4,92   | 4,85     |
| 7          | 8,07   | 6,54   | 5,89   | 5,52   | 5,29   | 5,12   | 4,99   | 4,90   | 4,82   | 4,76   | 4,67   | 4,57   | 4,47   | 4,40   | 4,36   | 4,31   | 4,25   | 4,21   | 4,14     |
| 8          | 7,57   | 6,06   | 5,42   | 5,05   | 4,82   | 4,65   | 4,53   | 4,43   | 4,36   | 4,30   | 4,20   | 4,10   | 4,00   | 3,94   | 3,89   | 3,84   | 3,78   | 3,74   | 3,67     |
| 9          | 7,21   | 5,71   | 5,08   | 4,72   | 4,48   | 4,32   | 4,20   | 4,10   | 4,03   | 3,96   | 3,87   | 3,77   | 3,67   | 3,60   | 3,56   | 3,51   | 3,45   | 3,40   | 3,33     |
| 10         | 6,94   | 5,46   | 4,83   | 4,47   | 4,24   | 4,07   | 3,95   | 3,85   | 3,78   | 3,72   | 3,62   | 3,52   | 3,42   | 3,35   | 3,31   | 3,26   | 3,20   | 3,15   | 3,08     |
| 11         | 6,72   | 5,26   | 4,63   | 4,28   | 4,04   | 3,88   | 3,76   | 3,66   | 3,59   | 3,53   | 3,43   | 3,33   | 3,23   | 3,16   | 3,12   | 3,06   | 3,00   | 2,96   | 2,88     |
| 12         | 6,55   | 5,10   | 4,47   | 4,12   | 3,89   | 3,73   | 3,61   | 3,51   | 3,44   | 3,37   | 3,28   | 3,18   | 3,07   | 3,01   | 2,96   | 2,91   | 2,85   | 2,80   | 2,72     |
| 13         | 6,41   | 4,97   | 4,35   | 4,00   | 3,77   | 3,60   | 3,48   | 3,39   | 3,31   | 3,25   | 3,15   | 3,05   | 2,95   | 2,88   | 2,84   | 2,78   | 2,72   | 2,67   | 2,60     |
| 14         | 6,30   | 4,86   | 4,24   | 3,89   | 3,66   | 3,50   | 3,38   | 3,29   | 3,21   | 3,15   | 3,05   | 2,95   | 2,84   | 2,78   | 2,73   | 2,67   | 2,61   | 2,56   | 2,49     |
| 15         | 6,20   | 4,77   | 4,15   | 3,80   | 3,58   | 3,41   | 3,29   | 3,20   | 3,12   | 3,06   | 2,96   | 2,86   | 2,76   | 2,69   | 2,64   | 2,59   | 2,52   | 2,47   | 2,40     |
| 16         | 6,12   | 4,69   | 4,08   | 3,73   | 3,50   | 3,34   | 3,22   | 3,12   | 3,05   | 2,99   | 2,89   | 2,79   | 2,68   | 2,61   | 2,57   | 2,51   | 2,45   | 2,40   | 2,32     |
| 17         | 6,04   | 4,62   | 4,01   | 3,66   | 3,44   | 3,28   | 3,16   | 3,06   | 2,98   | 2,92   | 2,82   | 2,72   | 2,62   | 2,55   | 2,50   | 2,44   | 2,38   | 2,33   | 2,25     |
| 18         | 5,98   | 4,56   | 3,95   | 3,61   | 3,38   | 3,22   | 3,10   | 3,01   | 2,93   | 2,87   | 2,77   | 2,67   | 2,56   | 2,49   | 2,44   | 2,38   | 2,32   | 2,27   | 2,19     |
| 19         | 5,92   | 4,51   | 3,90   | 3,56   | 3,33   | 3,17   | 3,05   | 2,96   | 2,88   | 2,82   | 2,72   | 2,62   | 2,51   | 2,44   | 2,39   | 2,33   | 2,27   | 2,22   | 2,13     |
| 20         | 5,87   | 4,46   | 3,86   | 3,51   | 3,29   | 3,13   | 3,01   | 2,91   | 2,84   | 2,77   | 2,68   | 2,57   | 2,46   | 2,40   | 2,35   | 2,29   | 2,22   | 2,17   | 2,09     |
| 21         | 5,83   | 4,42   | 3,82   | 3,48   | 3,25   | 3,09   | 2,97   | 2,87   | 2,80   | 2,73   | 2,64   | 2,53   | 2,42   | 2,36   | 2,31   | 2,25   | 2,18   | 2,13   | 2,04     |
| 22         | 5,79   | 4,38   | 3,78   | 3,44   | 3,22   | 3,05   | 2,93   | 2,84   | 2,76   | 2,70   | 2,60   | 2,50   | 2,39   | 2,32   | 2,27   | 2,21   | 2,14   | 2,09   | 2,00     |
| 23         | 5,75   | 4,35   | 3,75   | 3,41   | 3,18   | 3,02   | 2,90   | 2,81   | 2,73   | 2,67   | 2,57   | 2,47   | 2,36   | 2,29   | 2,24   | 2,18   | 2,11   | 2,06   | 1,97     |
| 24         | 5,72   | 4,32   | 3,72   | 3,38   | 3,15   | 2,99   | 2,87   | 2,78   | 2,70   | 2,64   | 2,54   | 2,44   | 2,33   | 2,26   | 2,21   | 2,15   | 2,08   | 2,02   | 1,94     |
| 25         | 5,69   | 4,29   | 3,69   | 3,35   | 3,13   | 2,97   | 2,85   | 2,75   | 2,68   | 2,61   | 2,51   | 2,41   | 2,30   | 2,23   | 2,18   | 2,12   | 2,05   | 2,00   | 1,91     |
| 26         | 5,66   | 4,27   | 3,67   | 3,33   | 3,10   | 2,94   | 2,82   | 2,73   | 2,65   | 2,59   | 2,49   | 2,39   | 2,28   | 2,21   | 2,16   | 2,09   | 2,03   | 1,97   | 1,88     |
| 27         | 5,63   | 4,24   | 3,65   | 3,31   | 3,08   | 2,92   | 2,80   | 2,71   | 2,63   | 2,57   | 2,47   | 2,36   | 2,25   | 2,18   | 2,13   | 2,07   | 2,00   | 1,94   | 1,85     |
| 28         | 5,61   | 4,22   | 3,63   | 3,29   | 3,06   | 2,90   | 2,78   | 2,69   | 2,61   | 2,55   | 2,45   | 2,34   | 2,23   | 2,16   | 2,11   | 2,05   | 1,98   | 1,92   | 1,83     |
| 29         | 5,59   | 4,20   | 3,61   | 3,27   | 3,04   | 2,88   | 2,76   | 2,67   | 2,59   | 2,53   | 2,43   | 2,32   | 2,21   | 2,14   | 2,09   | 2,03   | 1,96   | 1,90   | 1,81     |
| 30         | 5,57   | 4,18   | 3,59   | 3,25   | 3,03   | 2,87   | 2,75   | 2,65   | 2,57   | 2,51   | 2,41   | 2,31   | 2,20   | 2,12   | 2,07   | 2,01   | 1,94   | 1,88   | 1,79     |
| 35         | 5,48   | 4,11   | 3,52   | 3,18   | 2,96   | 2,80   | 2,68   | 2,58   | 2,50   | 2,44   | 2,34   | 2,23   | 2,12   | 2,05   | 2,00   | 1,93   | 1,86   | 1,80   | 1,70     |
| 40         | 5,42   | 4,05   | 3,46   | 3,13   | 2,90   | 2,74   | 2,62   | 2,53   | 2,45   | 2,39   | 2,29   | 2,18   | 2,07   | 1,99   | 1,94   | 1,88   | 1,80   | 1,74   | 1,64     |
| 50         | 5,34   | 3,97   | 3,39   | 3,05   | 2,83   | 2,67   | 2,55   | 2,46   | 2,38   | 2,32   | 2,22   | 2,11   | 1,99   | 1,92   | 1,87   | 1,80   | 1,72   | 1,66   | 1,55     |
| 60         | 5,29   | 3,93   | 3,34   | 3,01   | 2,79   | 2,63   | 2,51   | 2,41   | 2,33   | 2,27   | 2,17   | 2,06   | 1,94   | 1,87   | 1,82   | 1,74   | 1,67   | 1,60   | 1,48     |
| 100        | 5,18   | 3,83   | 3,25   | 2,92   | 2,70   | 2,54   | 2,42   | 2,32   | 2,24   | 2,18   | 2,08   | 1,97   | 1,85   | 1,77   | 1,71   | 1,64   | 1,56   | 1,48   | 1,35     |
| 120        | 5,15   | 3,80   | 3,23   | 2,89   | 2,67   | 2,52   | 2,39   | 2,30   | 2,22   | 2,16   | 2,05   | 1,94   | 1,82   | 1,75   | 1,69   | 1,61   | 1,53   | 1,45   | 1,31     |
| $\infty$   | 5,02   | 3,69   | 3,12   | 2,79   | 2,57   | 2,41   | 2,29   | 2,19   | 2,11   | 2,05   | 1,94   | 1,83   | 1,71   | 1,63   | 1,57   | 1,48   | 1,39   | 1,30   | 1,01     |

FIGURE 4 – Table de la loi de Fisher pour la quantile  $P(X \leq \dots) = 0,975$