

# Interrogation blanche du 03/10

## Questions de cours :

1. Donnez la définition d'une application linéaire.
2. Qu'est ce qu'une famille libre ?
3. Donnez la définition du noyau et de l'image d'une application linéaire  $f : E \rightarrow F$
4. Donnez une base de  $\mathbb{R}^4$ .

## Exercice :

On pose l'application :

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x_1, x_2) &\longmapsto x_1 - 5x_2 \end{aligned}$$

Montrez que  $f$  est linéaire et déterminez son image et son noyau.

## Interrogation du 07/10

1. Donnez la définition d'une application linéaire.
2. Donnez la définition de la dimension d'un espace vectoriel.
3. Que peut on dire d'une famille libre de 4 vecteurs dans un espace de dimension 4 ?
4. Calculez si c'est possible. Dans le cas contraire, expliquez pourquoi c'est impossible.

4a.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

4b.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

## Interrogation du 10/10

1. Calculez si c'est possible. Dans le cas contraire, expliquez pourquoi c'est impossible.

1a.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1b.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Donnez les définitions d'image et de noyau d'une application linéaire.

3. On dit que  $F$  est un sous espace vectoriel d'un espace vectoriel  $E$  si et seulement si ...

## Interrogation du 11/10

1. Donnez la matrice de l'application linéaire :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^4 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x_1, x_2, x_3, x_4) & \longmapsto & (x_1 + x_2, x_3 + x_4) \end{array}$$

2. Donnez la définition d'une famille libre.
3. Énoncez le théorème du rang.
4. Qu'est ce qu'un isomorphisme. Quel est son noyau et son image.

## Interrogation du 15/10

1. Donnez la matrice de l'application linéaire dans les bases canoniques respectives :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x_1, x_2, x_3) &\longmapsto (x_1, 2x_2 + 3x_3) \end{aligned}$$

2. Donnez la définition d'une famille libre.

3. Soit  $E$  un espace vectoriel. On donne l'application linéaire  $f : E \rightarrow E$  définie par sa matrice pour la base  $\mathcal{B}_E$  :

$$\text{Mat}_{\mathcal{B}_E}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

.

- 3a.** Quelle est la dimension de  $E$ ? Pourquoi  $f$  est un endomorphisme?

- 3b.** Calculer  $f(u)$ , où  $u$  a pour coordonnées  $(1, 2, 3)$  dans la base  $\mathcal{B}_E$ .

## Interrogation du 18/10

1. Calculer le déterminant des matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Donnez l'inverse d'une matrice  $A$  quelconque. Cette formule est elle vraie pour toute matrice?
3. Énoncez le théorème du rang.
4. Qu'est ce qu'un automorphisme. Quel est son noyau et son image?

## Interrogation du 21/10

1. Calculer le déterminant des matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Donnez la formule de l'inverse d'une matrice  $A$  quelconque. Cette formule est elle vraie pour toute matrice ?
3. Donnez la définition d'une famille libre.
4. Soient  $E$  et  $F$  deux espaces vectoriels. On considère deux bases de chaque espace  $\mathcal{B}_E$  et  $\mathcal{B}_F$ . Soit  $f$  une application linéaire de  $E$  dans  $F$  de matrice  $M_f$  dans les bases  $\mathcal{B}_E$  et  $\mathcal{B}_F$ . A quelle condition sur le déterminant de  $M_f$ ,  $f$  est elle un isomorphisme ?
5. Soient  $A$  et  $B$  deux matrices carrées d'ordre  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Vrai ou faux ?
1.  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
  2.  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$
  3.  $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$
  4.  $\det(AB^{-1}) = \frac{\det(A)}{\det(B)}$

## Interrogation du 22/10

1. Donnez la définition d'une famille libre.

*(2 points)*

## Interrogation du 22/10

1. Donnez la définition d'une famille libre.

*(2 points)*

## Interrogation du 22/10

1. Donnez la définition d'une famille libre.

*(2 points)*

## Interrogation du 22/10

1. Donnez la définition d'une famille libre.

*(2 points)*

## Interrogation du 22/10

1. Donnez la définition d'une famille libre.

*(2 points)*